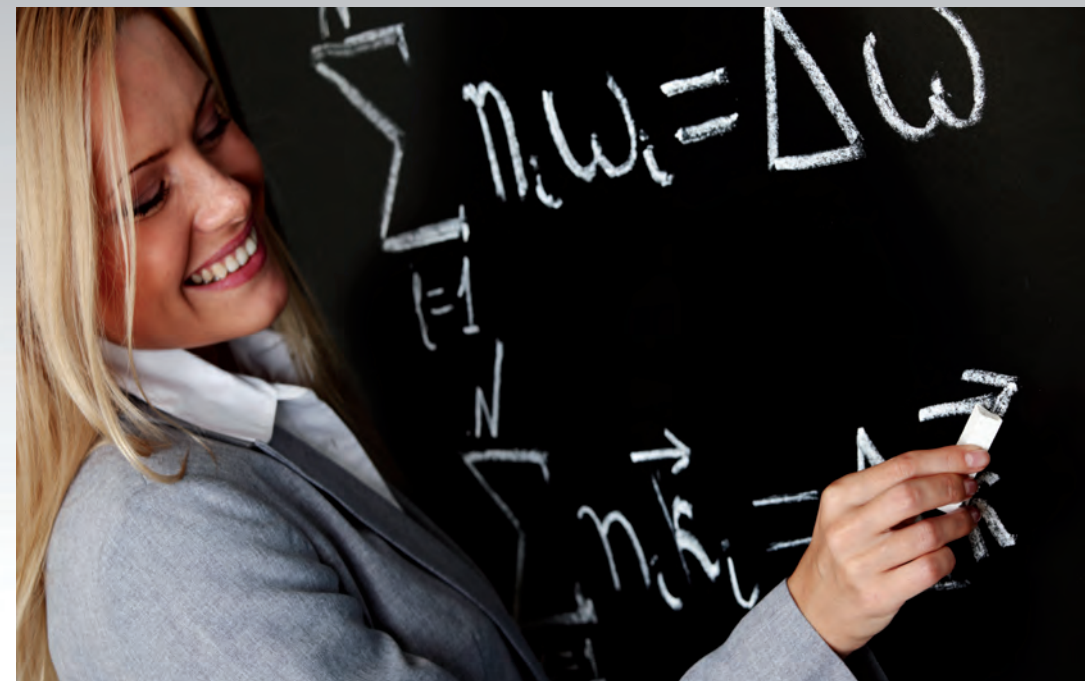




Явление резонанса в инженерном деле

Вначале монографии приводятся некоторые общие сведения о математических методах теории нелинейных колебаний. Во втором разделе обсуждаются некоторые новые факты, связанные с известным в механике эффектом Зоммерфельда. Третья часть отводится исследованию явления синхронизации пары электродвигателей на упругом основании, а также вопросу управления явлением синхронизации с помощью демпферов. В четвертой главе изучается эффект термомеханической неустойчивости колебаний в демпферах, который может привести к нежелательным колебаниям конструкции. Пятый раздел отводится теории резонансного болометра, предназначенного для измерения в условиях криогенных температур. В шестой главе исследуется влияние геометрической нелинейности на динамику волнового твердотельного гироскопа, предназначенного для решения задач инерциальной навигации. Перечисленные вопросы представляют собой почти независимые задачи с точки зрения нелинейной динамики, но они объединены единым подходом исследования, основанным на строгом математическом понятии явления резонанса в теории колебаний. Монография предлагается вниманию студентов и аспирантов технических специальностей, а также научных сотрудников.

Явление резонанса в инженерном деле



Дмитрий Ковригин

Явление резонанса в инженерном деле

Прикладные задачи теории нелинейных колебаний



Дмитрий Ковригин

д.т.н., с.н.с. Института проблем машиностроения РАН; проф. кафедры «Прикладная математика» Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород, РФ. Область научных интересов: нелинейные волны и колебания в природе и технике.



978-3-659-98694-9

Palmarium Academic Publishing
(16.05.2014) € 67,90

Ковригин



Дмитрий Ковригин

**Явление резонанса в инженерном
деле**

**Прикладные задачи теории нелинейных
колебаний**

Palmarium Academic Publishing

Impressum / Выходные данные

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Verlag / Издатель:

Palmarium Academic Publishing

ist ein Imprint der / является торговой маркой

OmniScriptum GmbH & Co. KG

Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland / Германия

Email / электронная почта: info@palmarium-publishing.ru

Herstellung: siehe letzte Seite /

Напечатано: см. последнюю страницу

ISBN: 978-3-659-98694-9

Copyright / АВТОРСКОЕ ПРАВО © 2014 OmniScriptum GmbH & Co. KG

Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2014

Оглавление

Оглавление.....	5
Введение	7
ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ ПРИКЛАДНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ.....	13
Асимптотические методы	13
Резонанс	14
Математический маятник.....	16
Уравнение Матё	17
Осциллятор Дуффинга.....	23
Осциллятор с квадратичной нелинейностью	29
Уравнение Ван-дер-Поля	31
Применение рядов Ли.....	34
УСТОЙЧИВОСТЬ ВРАЩЕНИЯ РОТОРА ДВИГАТЕЛЯ ОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ.....	39
Уравнения движения	40
Резонанс	42
Уравнения «медленных» движений.....	43
Стационарные колебания в отсутствие диссипации энергии.....	44
Стационарные колебания с демпфером.....	46
Выводы.....	49
СИНХРОНИЗАЦИЯ ВРАЩЕНИЯ ПАРЫ ДВИГАТЕЛЕЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ.....	51
Уравнения движения	53
Синхронизация. Синхронизм $\Omega_2 \sim \Omega_1 \neq 1$	56
Примеры устойчивых и неустойчивых режимов синхронизации.....	60
Синхронизм $2 - \Omega_1 - \Omega_2 \sim 0$	61
Выводы.....	62
ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЙ ОТКЛИК ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ОПОРЫ	63
Уравнения движения	64
Эволюционные уравнения	66
Уравнения первого нелинейного приближения.....	67
Фазово-амплитудные частотные характеристики с учетом температурных эффектов....	70
Параметрический анализ стационарных решений	74
Зависимость стационарных решений от малого параметра	75
Зависимость стационарных решений от параметра нелинейной упругости.....	78
Зависимость стационарных решений от статической нагрузки.....	79
Зависимость стационарных решений от коэффициента диссипации энергии	79
Выводы.....	81
РЕЗОНАНСНЫЙ БОЛОМЕТР	83
Генератор джозефсоновского типа	83
Генератор джозефсоновского типа, нагруженный параллельно последовательным колебательным RLC-контуром	84
Модель датчика	90
Мощность эквивалентная шуму	91
Выводы.....	93
ВОЛНОВОЙ ТВЕРДОТЕЛЬНЫЙ ГИРОСКОП	97
Уравнения колебаний тонкого кругового кольца.....	99
Дисперсионные соотношения.....	102
Нелинейные колебания кольца.....	107
Трехволновые резонансные взаимодействия	107

Вынужденное движение резонансной триады	110
Пара резонансных триад в фазовом синхронизме	113
Выводы.....	118
Заключение	119
Литература	122

Введение

Можно наблюдать, как впервые ребенок знакомится с качелями. Он видит, что качаться на них легко и просто, поскольку это непринужденно дается другим детям. Но, тогда же, ребенок, будучи усаженным в качели, приобретает и первое изумление: он уже сидит, а качели почему-то не хотят раскачиваться. Вначале ему помогают со стороны раскачиванием. Потом, может быть не сразу, но все же достаточно скоро он соображает, как ему избавиться от всякой докучливой опеки помощников: достаточно лишь приноровиться к ритму и малыми, почти незаметными усилиями полностью овладеть движением. Можно вспомнить себя на школьной баскетбольной площадке: как легко по ней перемещаться с мячом, чуть придерживая мяч в нижнем положении какими-то «ван-дерваальсовыми» силами на кончиках пальцев, отыгрывая тем самым доли секунды, чтобы предпринять следующий хитрый маневр. Таким образом, понятие явления резонанса представляется весьма доступным на интуитивном уровне почти для всякого человека.

Но когда приходит время не играть, а неформальным образом трудиться, скажем, в качестве инженера-механика, то наступает время окончательно получить ответ на существенный вопрос: что такое резонанс? Можно найти том «Физической энциклопедии» и прочесть следующие строки: *«Резонанс (франц. resonance, от лат. resono - звучу в ответ, откликаюсь), относительно большой селективный (избирательный) отклик колебательной системы (осциллятора) на периодич. воздействие с частотой, близкой к частоте её собств. колебаний. При Р. происходит резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний осциллятора. Р. как механич. и акустич. явление впервые описан итал. учёным Г. Галилеем, а в эл.-магн. системах - на примере колебательного контура-англ. учёным Дж. Максвеллом (1868). Различают Р., возникающий в результате воздействия внеш. периодич. силы на осциллятор, и параметрич. Р., возникающий*

вследствие периодич. изменения одного из энергоёмких параметров осциллятора»¹.

Приведенный текст обладает несомненной ценностью: теперь совершенно очевидно, что в случае опыта из жизни с качелями проявился так называемый параметрический резонанс, а перемещение баскетбольного мяча по площадке можно связать с ординарным резонансом. Но это книжное определение оставляет некоторую неудовлетворенность этим ответом: создается впечатление, что вновь появились лишь малые и незначительные детали, термины, а суть явления была уже и прежде известна *a priori*. Также несколько настораживает словосочетание «резкое возрастание амплитуды», наталкивающее на ассоциацию с чем-то нежелательным, поскольку с детства довелось убедиться, что справиться с резонансом и мягко контролировать его очень легко. И поставленный вопрос остается так и не раскрытым до конца. Не совсем ясно, как распознать явление резонанса на практике, как математически формализовать это явление, имеет ли он место либо нет в заданной конкретной ситуации? Кроме того в литературе существует большое количество прилагательных к слову «резонанс», к примеру: внешний и внутренний резонанс, абсолютный и стохастический резонанс и так далее. Как же распознать суть физического явления за таким изобилием терминов?

Оказывается, что математическая формализация явления резонанса весьма непроста. Обратимся еще к одному из определений: «Пусть для гамильтониана $\gamma(\zeta)$ нуль $\zeta = \mathbf{0}$ – неподвижная точка системы (1.1) и $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ – вектор собственных значений матрицы линейной части этой системы, так что λ и $-\lambda$ исчерпывает все ее собственные числа. Гамильтониан $\gamma(\zeta)$ (и система (1.1)) находится в резонансе, если уравнение

$$\langle \mathbf{p}, \lambda \rangle = 0 \tag{3.1}$$

¹ *Физическая энциклопедия*. Советская энциклопедия: 1988-1999, ISBN:5-85270-034-7 (гл. ред. А. М. Прохоров).

имеет ненулевое целочисленное решение $\mathbf{p} \in \mathbf{Z}^n$, $\mathbf{p} \neq \mathbf{0}$ (\mathbf{Z}^n – это группа всех n -мерных целочисленных векторов)...Вообще если хоть одно $\lambda_j = 0$, то имеется резонанс и порядок его равен единице, ибо уравнение (3.1) имеет решение $\mathbf{p} = \mathbf{e}_j$ »². Система уравнений (1.1) такова: $\dot{\zeta}_j = \partial\gamma/\partial\eta_j$; $\dot{\eta}_j = -\partial\gamma/\partial\zeta_j$ ($j = \overline{1, n}$), где ζ_j и η_j – канонически сопряженные координаты.

Из этого определения вытекает, что резонанс может присутствовать в гамильтоновых системах, для которых необходимо существует, по меньшей мере, первый интеграл³. Кроме того, выясняется, что явление резонанса может наблюдаться не только в неавтономных колебательных системах, но также и в гамильтоновых автономных системах, где не действуют никакие внешние силы. И вовсе не требуется близости или совпадения резонансных частот. Казалось бы – что же интересного можно обнаружить в гамильтоновых системах, которых в инженерной практике почти не встречается? Но в природе именно таких систем большинство. В качестве примера можно привести факт устойчивости Солнечной системы за счет сохранения квазипериодического движения. И напротив, – неустойчивости орбиты Плутона из-за резонанса, что послужило причиной недавнего исключения этого небесного тела из семейства планет Солнечной системы. Большинство явлений в микромире также описывается гамильтоновой механикой.

Обратим внимание еще на одно прагматичное определение, приспособленное для колебательных систем: «Прежде всего необходимо дать определение резонанса и указать, по каким признакам можно устанавливать его наличие в системе (22.2) еще до того, как приступили к ее решению. Дадим для этой цели определение временного среднего функций $\Phi(\varphi, \mathbf{x}, \varepsilon)$ и $\mathbf{X}(\varphi, \mathbf{x}, \varepsilon)$:

² Брюно А.Д. *Ограниченная задача трех тел. Плоские периодические орбиты*. М.: Наука, 1990. 296 с.

³ Аналогичное определение можно найти в книге Арнольда В.И., Козлова В.В., Нейштадта А.И. «*Математические аспекты классической и небесной механики*». М.: ВИНТИ, 1985.

$$\Phi_0^*(\varphi, \mathbf{x}, \varepsilon) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \Phi(\omega_1 t + \theta_1, \dots, \omega_m t + \theta_m, \mathbf{x}, \varepsilon) dt, \quad (22.9)$$

$$\mathbf{X}_0^*(\varphi, \mathbf{x}, \varepsilon) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{X}(\omega_1 t + \theta_1, \dots, \omega_m t + \theta_m, \mathbf{x}, \varepsilon) dt.$$

Эти выражения представляют собой средние значения правых частей системы (22.2) по времени, вычисленные вдоль траектории вырожденной ($\varepsilon = 0$) системы:

$$\mathbf{x} = \text{const}, \quad \varphi = \boldsymbol{\omega} t + \boldsymbol{\theta}.$$

Функции (22.9), рассматриваемые как функции ω , могут иметь точки разрыва. Те значения частот $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_m)$, при которых функции (22.9) терпят разрыв, и называют резонансными⁴. Здесь уравнения (22.2) имеют следующий вид: $\dot{\varphi} = \boldsymbol{\omega}(x) + \varepsilon \Phi(\varphi, \mathbf{x}, \varepsilon)$; $\dot{\mathbf{x}} = \varepsilon \mathbf{X}(\varphi, \mathbf{x}, \varepsilon)$. По всем фазам φ_j функции Φ и \mathbf{X} периодичны с периодом 2π .

Из приведенных цитат можно сделать вывод, что очень трудно, а может, и невозможно сделать бесконтекстное (то есть лишенное всяких ссылок на дополнительную информацию) определение явления резонанса. Это слишком ёмкое понятие, точно такое же, как понятие информации или понятие алгоритма: можно дать множество определений, и все будут правильными, но почти все неполны. Поэтому в настоящей работе не ставятся фундаментальные теоретические вопросы математических основ описания явления резонанса, а лишь решаются конкретные прикладные задачи инженерного дела, в которых явление резонанса играет ключевую роль.

Настоящая работа состоит из шести частей. В первой части на основе конкретных примеров приводятся некоторые общие сведения о математических методах теории нелинейных колебаний. Читатель, имеющий достаточно полное представление об этом предмете, может сразу же перейти ко второму разделу, в котором обсуждаются некоторые новые факты, связанные с известным в механике эффектом Зоммерфельда. Третья часть отводится исследованию явления

⁴ Журавлев В.Ф., Климов Д.М. *Прикладные методы в теории колебаний*. М.: Наука, 1988.

синхронизации пары асинхронных двигателей, закрепленных на упругом основании, а также вопросу управления явлением синхронизации с помощью демпферов. В четвертом разделе изучается эффект термомеханической неустойчивости колебаний в демпферах, который может привести к нежелательным колебаниям конструкции. Пятый раздел отводится теории резонансного болометра – высокоточного прибора, предназначенного для измерения в условиях криогенных температур. В шестой главе исследуется влияние геометрической нелинейности на динамику волнового твердотельного гироскопа – датчика угла, предназначенного для решения задач инерциальной навигации. Перечисленные вопросы представляют собой почти независимые задачи с точки зрения нелинейной динамики, хотя и будучи объединенными единым подходом исследования, основанным на асимптотических методах теории колебаний.

Основная цель первых четырех глав состоит в том, чтобы освоить математический аппарат асимптотических методов для изучения отдельных динамических свойств механической конструкции в присутствии эффекта Зоммерфельда, явления синхронизации и термомеханической неустойчивости. Это должно помочь выяснить, как проявляются эти физические эффекты на практике, когда эксплуатируется сложная техническая система, такая, например, каковым является железнодорожный транспорт, где, как правило, наблюдается множество различных электромеханических и тепловых явлений.

В пятой главе исследуется модель резонансного болометра, функционирование которого основано на преобразовании энергии электромагнитного излучения в тепловую энергию термочувствительным приемным элементом, интегрированным в высокочастотный резонансный колебательный контур. Незатухающие колебания резонансного контура поддерживаются за счет его накачки малошумным автогенератором периодических колебаний заданной амплитуды и частоты, который функционирует на основе физических свойств джозефсоновского контакта. Термочувствительный приемный элемент резонансного контура обладает переходом из сверхпроводящего состояния в резистивное состояние. Процедура измерения заключается в регистрации изменения ампли-

тудных и фазовых характеристик при воздействии потока определяемого электромагнитного излучения на термочувствительный приемный элемент. Резонансный болометр относится к измерительной технике и может быть использован в устройствах обнаружения электромагнитного излучения, преимущественно для определения слабых потоков в спектральном интервале субмиллиметровых волн.

В шестой главе предложен новый тип возбуждения волн в волновом твердом гироскопе, который ассоциируется с системами навигации для долгосрочных космических полетов, длительностью до пятнадцати лет. В основе этого способа лежит неустойчивость осесимметричной формы колебаний тонкостенного резонатора. Распад высокочастотной осесимметричной моды сопровождается возбуждением пары прецессирующих изгибных волн, входящих в состав трехволнового резонансного ансамбля. Трехволновой резонанс выигрышно сочетает в себе одновременно преимущества и позиционного и параметрического типов возбуждения волн в присутствии диссипации энергии.

Монография написана по материалам работ [1–5]. Предлагается вниманию студентов и аспирантов технических специальностей, а также может быть полезной для моих дорогих коллег – научных сотрудников, которым желаю многих успехов.

Литература

1. Kovruguine, D.A. Synchronization and sommerfeld effect as typical resonant patterns, *Arch. Appl. Mech.*, DOI:10.1007/s00419-011-0574-4, 2012, 82(5), 591–604.
2. Kovruguine, D.A. Thermo-mechanical instability in vibration absorbers. *Arch. Appl. Mech.*, DOI 10.1007/s00419-013-0747-4, 2013, 83(9), 1295–1308.
3. Kovruguine, D.A. Vibration Absorbers Govern the Synchronized Motion, In book: *Railways: Types, Design and Safety Issues*, Editors: Cacilie Reinhardt and Klaus Shroederpp, Nova Publisher, 2013, ISBN: 978-1-62417-139-0, 51–96.
4. Kovruguine, D.A. Geometrical nonlinearity stabilizes a wave solid-state gyro, *Arch. Appl. Mech.*, DOI 10.1007/s00419-013-0791-0, 2014, 84(2), 159–172.
5. Kovruguine, D.A. Non-linear Self-Exited Resonant Bolometer, *Universal Journal of Non-linear Mechanics*, 1 (2013), 45–55.
6. Mathieu Emile, *Cours de physique mathématique*, Paris, Gauthier-Villars, 1873.
7. Стретт М. Д.О. *Функции Ламе, Матье и родственные им в физике и технике*, Харьков-Киев: ОНТИ, 1935, – 238 с.
8. Камке Э. *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*, М.: Наука: Гл. ред. физ-мат. лит., 1971, – 576 с.
9. Якубович В. А., Старжинский В. М. *Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения*, М.: Наука, 1972, – 718 с.
10. van der Pol, B. *Phil. Mag.* (6) 43: 700-719 (1922)
11. Sommerfeld, A. *Z.Ver.Deut.Ing.* 1902; vol 46, 391–394.
12. Фролов К.В. Глухарев К.К. К теории колебаний механических систем ограниченного возбуждения, *Докл. АН СССР*, 1971, 199(2), 285–288.
13. Кононенко В.О. *Нелинейные колебания механических систем*, Киев: Наук. думка, 1980, – 382 с.
14. Блехман И.И. *Синхронизация в природе и технике*, М.: Наука, – 345 с.
15. Blekhman I.I., Landa P.S., Rosenblum M.G. Synchronization and chaotization in interacting dynamical systems. *Appl. Mech. Rev.*, 1995, 11(1), 733–752.
16. Нагаев Р.Ф. *Квазиконсервативные синхронизирующиеся системы*, СПб.: Наука, 1996, – 252 с.
17. Krasnopolskaya, T.S.; Shvets, A.Y. In: *8-th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*; Okrolnick, L., Ed., Czech.Acad.Sci.: Prague; 1991; vol. 1, 181–184.
18. T Krasnopolskaya, T.S.; Shvets, A.Y. Chaos in vibrating systems with a limited power-supply, *Chaos*, vol. 3, 1993, 387–395.
19. Krasnopolskaya, T.S. Sommerfeld effect, *J. Fluids & Struct.*, 1994. vol. 8, 803–815.
20. Arnold, V.I. *Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations*, Springer-Verlag; 1988.

21. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. *Прикладные методы в теории колебаний*, М.: Наука, 1988, – 188 с.
22. Appleton, E.V. The automatic synchronization of triode oscillator, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 1922, vol. 21, 231–248.
23. van der Pol, B. Forced oscillations in a circuit with non-linear resistance, *Phil. Mag.*, 1927, vol. 3, 64–80.
24. Андронов А.А., Витт А.А. К математической теории захватывания, *Журн. прикл. Физики*, 1930, 7(4), 3–20.
25. Андронов А.А., Витт А.А. *Собрание трудов*. М.: АН СССР, 1930, 70–84.
26. Арнольд В.И. *Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений*, М.: Наука, 1978, – 304 с.
27. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. *Синхронизация: Фундаментальное нелинейное явление*, М.: Техносфера, 2003. – 496 с.
28. Samantaray, A.K., Dasguptaa, S.S. and Bhattacharyyaa R. Sommerfeld effect in rotationally symmetric planar dynamical systems. *Int. J. Eng. Sci.*, 48(1), 2010, 21–36.
29. Masayoshi Tsuchidaa, Karen de Lolo Guilhermeb and Jose Manoel Balthazarb. On chaotic vibrations of a non-ideal system with two degrees of freedom: resonance and Sommerfeld effect, *Journal of Sound and Vibration*, 282(3–5), 2005, 1201–1207.
30. Leonov, G.A., Ponomarenko, D.V., Smirnova, V.B. *Frequency-domain methods for nonlinear analysis. Theory and applications*, Singapore: World Sci., 1996. – 498.
31. Хакен Г. *Синергетика*. М.: Мир, 1980, – 406 с.
32. <http://kovriginueda.ucoz.ru/index/motors/0-28>
33. Румянцев С.А., Азаров Е.Б. Исследование нестационарной динамики вибротранспортирующих машин с помощью математической модели, *Транспорт Урала*, 4(7), 2005, 45–51.
34. Astashev, V.K., Babitsky, V.I., Kolovsky, M.Z. (2000) *Dynamics and Control of Machines*. Series: Foundations of Engineering Mechanics. Translated by Birkett N. Springer-Verlag, X, 233.
35. Wang, L.X., Melnik Roderick, V.N. (2007) Numerical model for vibration damping resulting from the first-order phase transformations. *Applied Mathematical Modelling*, vol: 31, 2008–2018.
36. Lacarbonara, W., Bernardini, D., Vestroni, F. (2004) Nonlinear thermomechanical oscillations of shape-memory devices, *Int. Journal of Solids and Structures*, vol. 41, 1209–1234.
37. Tiseo, B., Concilio, A., Ameduri, S., Gianvito, A. (2010) A shape memory alloys based tunable dynamic vibration absorber for vibration tonal control. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, vol:48(1), 135–153, Warsaw.
38. Landa, P.S., Duboshinskii, Ya. B. (1989) Self-oscillatory systems with high-frequency energy sources, *Sov. Phys. Usp.*, vol. 32, 723–731.
39. Tondl, A. (2008) To the problem of self-excited vibration suppression, *Eng. Mech.*, vol. 5(4), 297–307.

40. Kandaurova, G.S. (2002) New phenomena in the low-frequency dynamics of magnetic domain ensembles, *Phys. Usp.*, vol:45, 1051–1072.
41. Брюно А. Д. *Локальный метод нелинейного анализа дифференциальных уравнений*, М.: Наука, 1979, –252 с.
42. <http://kovrigineda.ucoz.ru/index/absorber/0-32>
43. Liu, H.P., Wu, T.X. (2012) Modelling and Performance Analysis of Rail Vibration Absorber by FE and BE Methods. Noise and vibration mitigation for rail transportation systems. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, vol. 118/2012, 135–142.
44. Фогельсон Р.Л., Лихачев Е.Р. (2001) Температурная зависимость вязкости, *ЖТФ*, 71(8), 128–131.
45. Samani, F.S., Pellicano, F. (2012) Vibration reduction of beams under successive traveling loads by means of linear and nonlinear dynamic absorbers, *Journal of Sound and Vibration*, 331(10), 2272–2290.
46. Cooper, N. Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas, *Phys. Rev.*, 104, 1189–1190 (1956).
47. Bardeen, L.N. Cooper, and J.R. Schrieffer. Microscopic Theory of Superconductivity, *Phys. Rev.*, 106, 162–164 (1957).
48. Buckingham, M. J. Schematic diagram of the apparatus for infrared measurements. *Phys. Rev.*, 101, 1431–, (1956)
49. Masashi Tachiki, Krsto Ivanovic, and Kazuo Kadowaki. Emission of terahertz electromagnetic waves from intrinsic Josephson junction arrays embedded in resonance LCR circuits, *Phys. Rev. B* 83, 014508–, (2011).
50. Yoon, J., Clarke, J., Gildemeister, J.M. et al. *Appl. Phys. Lett.*, 2001. vol. 78., 371–373.
51. Ariyoshi, S., Otani, C., Dobroiu, A. et al. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 2006. vol. 45, L1004–L1006. DOI: 10.1143/JJAP.45.L1004.
52. Yamasaki, N.Y., Masui, K., Mitsuda, K. et al. *Nucl. Instruments and Methods in Physics Research*, 2006, vol. 559-2, 790–792. DOI: 10.1016/j.nima.2005.12.141.
53. Agulo, I.J., Kuzmin, L. *Supercond. Sci. Technol.*, 2008, 21(1), 015001–, DOI: 10.1088/0953-2048/21/01/015001.
54. Karasik, B.S., Dalaet, B., McGrath, W.R. et al. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 2003, vol. 13, 188–.
55. Shitov, S.V., Vystavkin, A.N. *Instr. Meth. Phys. Res.*, 2006, vol. A559, 503–505.
56. Day, P., LeDuc, H., Mazin, B. et al. *Nature*, 2003, vol. 425, 817–820.
57. Barends, R., Baselmans, J.J.A., Hovenier, J.N. et al. *IEEE Trans. Appl. Sup.*, 2007, 17(2), 263–266.
58. Шитов С.В. *Письма в ЖТФ*, 2011, 37(19).
59. Уваров А.В., Шитов С.В., Выставкин А.Н. *Метрология*, 2010, № 9, 3–14.
60. Segev, E., Suchoi, O., Shtempluck, O., and Buks, E. Self-oscillations in a superconducting stripline resonator integrated with a dc superconducting quantum interference device, *Appl. Phys. Lett.*, 95, 152509–, 2009, doi:10.1063/1.3250167.

61. Spieler, H. Large-Scale Bolometer Arrays and Readout for Next-Generation CMB Experiments, *Interdisciplinary Instrumentation Colloquium*, 15-Nov-2006.
62. Riedl, C., Coletti, C., Iwasaki, T., Zakharov, A.A., and Starke, U. Quasi-Free-Standing Epitaxial Graphene on SiC Obtained by Hydrogen Intercalation, *Phys. Rev. Lett.*, 103, 246804–, 2009.
63. Yuehang, X., Changyao, C., Deshpande, Vikram V., DiRenno, Frank A., Gondarenko, A., Heinz, David B., Liu, S., Kim, Philip and Hone, James. Radio frequency electrical transduction of graphene mechanical resonators, *Appl. Phys. Lett.* 97, 243111–, 2010, doi:10.1063/1.3528341.
64. Nakamura, Y. et al. Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box, *Nature*, 398, 786–788 (1999).
65. Lynch, D.D.: HRG development at Delco, Litton, and Northrop Grumman. In: *Proceedings of of Anniversary Workshop on Solid-State Gyroscopy*, 19–21 May 2008. Yalta, Ukraine. Kyiv-Kharkiv. ATS of Ukraine, ISBN:978-976-0-25248-5 (2009)
66. Bryan, G.H.: On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell. *Proc. Camb. Philos. Soc. Math. Phys. Sci.* VII(III), 101–111 (1890)
67. Zhuravlev, V.F., Klimov, D.M.: *Wave Solid-State Gyro*. Nauka Publisher, Moscow (1985) (in Russian)
68. Bose, A., Puri, S., Banerjee, P.: *Modern Inertial Sensors and Systems*. Prentice-Hall of India, New Delhi, II (2008)
69. Osiander, R., Darrin, M.A.G., Champion, J.L.: *MEMS and Microstructures in Aerospace Applications*. Taylor & Francis Publisher, London. ISBN:0824726375 (2005)
70. Flugge, W.: *Stresses in Shells*, 2nd edn. Springer, New York (2005)
71. Donnell, L.H.: *Beams, Plates and Shells*. McGraw-Hill, New-York (1979)
72. Phillips, O.M.: *The Dynamics of the Upper Ocean*. Cambridge University Press, Cambridge, MA (1977)
73. Kovrignine, D.A., Potapov, A.I.: Nonlinear oscillations in a thin ring—I, II. *Acta Mech.* 126, 189–212 (1998)
74. Kovrignine, D.A.: On non-linear resonant excitation of a wave solid-state gyro. In: Jezequel, L. (ed.) *Proceedings of International Congress MV2: New Advances in Modal Synthesis of Large Structures, Non-linear, Damped and Non-deterministic Cases*, vol. 2, pp. 575–586 Ecole Centrale de Lyon (1995)
75. Whitham, G.B.: *Linear and Nonlinear Waves*. Wiley-Interscience, New-York (1995)
76. Zakharov, V.E., Kuznetsov, E.A.: Hamiltonian formalism for nonlinear waves. *UFN* 167(11), 1137–1167 (1997)
77. Janke, E., Emde, F., Losch, F.: *Tafeln Hoherer Funktionen. Sechste auflage*. Neubearbeitet von F.Losch, B.G.Teubner, Verlagsgesellschaft. Stuttgart (1960)
78. Гледзер Е. Б., Должанский Ф. В., Обухов А. М. *Системы гидродинамического типа и их применение*/Под ред. А. М. Обухова, М.: Наука, 1981, – 366 с.

79. Nayfeh, A., Balachandran, B.: *Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computational and Experimental Methods*. Wiley, New-York (1995)